Internationales Studienkolleg der Hochschule Kaiserslautern

Semester: Wintersemester 2020/2021

FSP-Teilprüfung: Mathematik W2

Datum: 30.11.2020

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

Lösen Sie folgendes lineares Optimierungsproblem. Geben Sie auch den Wert von z im Maximum an *(12 Punkte)*.

$z(x, y) = -2 \cdot x + y - 8 \rightarrow \max!$

Nebenbedingungen:

$1)\ x \geq 0,\ y \geq 0$

$2)\ x \geq 2 - y$

$3)\ y \leq 4$

$4)\ y \geq 2 + \frac{1}{2} \cdot x$

$5)\ 4 \cdot x - y \leq 0$

Aufgabe 2

Kreuzen Sie jeweils das Feld mit der einzigen richtigen Antwort an.

- 1 Punkt für jede richtige Antwort,
- 0 Punkte für jede falsche bzw. fehlende Antwort.

a)	$P_{\max}(4 \vert -2 \vert 0)$ ist Hochpunkt von $f(x, y) =$			
	$-(4-x)^2 - (y+2)^2$ ☐	$(4+x)^2 + (2-y)^2$ ☐	$(4-x)^2 \cdot (y+2)^2$ ☐	$-(4-x)^2 - (y-2)^2$ ☐
b)	Für $f(x) = \sqrt{3^x}$ $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ gilt $f'''(0) =$			
	$[\ln(3)]^3$ ☐	0 ☐	$\frac{1}{8} \cdot [\ln(3)]^3$ ☐	1 ☐

c)	Mittlere negative Korrelation von X und Y: Die Regressionsgerade kann maximal wieviel Prozent der Streuung von Y erklären?			
	50% ☐	64% ☐	80% ☐	25% ☐
d)	Die höchste Determinante von $A=\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ b^4 & -7 \end{pmatrix}, b\in\mathbb{R}$ ist:			
	$\det A = 38$ ☐	$\det A = 0$ ☐	$\det A = -38$ ☐	$\det A = -35$ ☐
e)	Urliste: 1, 2, 3, 1, 2, 4, 1, 2, 4, 1			
	$\tilde{F}(2)=0,8$ ☐	$\tilde{F}(1)=0,5$ ☐	$\tilde{F}(4)=0,7$ ☐	$\tilde{F}(4)=1$ ☐
f)	Für $f(x)=\ln(x)+x \quad \mathbb{D}_f =]0,\infty[$ gilt beim Newton-Verfahren mit $x_0=1$:			
	$x_2 \approx 0,5644$ ☐	$x_2 \approx 0,5646$ ☐	$x_2 \approx 0,5647$ ☐	$x_2 \approx 0,5446$ ☐
g)	$\left(\begin{array}{cc\|c} 2 & 5 & 3 \\ -6 & 15 & 21 \end{array}\right)$ hat die Lösung $\mathbb{L}=$			
	$\{x=1, y=-1\}$ ☐	$\varnothing$ ☐	$\{x=-1, y=1\}$ ☐	$\{x=1, y=1\}$ ☐
h)	Für $f(x)=x^3 \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ gilt $\varepsilon(x)=$			
	-3 ☐	$\frac{1}{3}$ ☐	$-0,\overline{3}$ ☐	3 ☐
i)	$f'(x)=e^x$ ist keine Ableitung von:			
	$f(x)=e^x$ ☐	$f(x)=e^x+5$ ☐	$f(x)=e^x-1$ ☐	$f(x)=-e^{-x}$ ☐
j)	$A=\begin{pmatrix} t^3 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad t\in\mathbb{R}$ hat keine Inverse für:			
	$t=2$ ☐	$t=0$ ☐	$t=-2$ ☐	alle t ☐
k)	$f(x)=(x-1)^2+1 \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ hat eine fallende Tangente an der Stelle:			
	$x=0$ ☐	$x=2$ ☐	$x=1$ ☐	$x=3$ ☐
l)	$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-2\cdot x}{2^x} =$			
	-2 ☐	$-\infty$ ☐	0 ☐	∞ ☐

(12 Punkte)

Aufgabe 3

a) Bestimmen Sie die Inverse von $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ (mit Lösungsweg) *(6 Punkte)*.

b) Berechnen Sie für $B=\begin{pmatrix} 1 & -4 & 7 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ und $C=\begin{pmatrix} 3 & 11 \\ 8 & -6 \end{pmatrix}$:

b1) $-5\cdot C\cdot B$ *(2 Punkte)*,

b2) $C^T - C$ *(2 Punkte)*,

b3) $B\cdot B^T$ *(2 Punkte).*

Aufgabe 4

Bestimmen Sie für $f(x)=\frac{1}{2}\cdot x^4-4\cdot x^2+6 \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$

a) alle Nullstellen *(2 Punkte)*,

b) alle Hoch- und Tiefpunkte sowie die Art der Minima und Maxima *(5 Punkte)*,

c) alle Wendepunkte und Krümmungsbereiche *(3 Punkte)*,

d) die Tangentengleichung in $T(1|2{,}5)$ *(2 Punkte)*.

Aufgabe 5

Eine statistische Messung brachte für das Merkmal X die Beobachtungswerte:

2,1 1,5 1,9 1,9 1,5 1,9 1,6 2,1

a) Bestimmen Sie

a1) den Modus *(1 Punkt)*,

a2) den Median *(1 Punkt)*,

a3) die Varianz *(3 Punkte)*.

Rechnen Sie auf vier Nachkommastellen genau.

b) Bei der Untersuchung eines weiteren Merkmals Y erhielt man $S_Y^{*2}=1{,}9345$. In welchem Wertebereich liegt die Kovarianz von X und Y, wenn eine stark positive Korrelation vorliegt? Rechnen Sie auf vier Nachkommastellen genau *(4 Punkte)*.

c) Bestimmen Sie die Regressionsgerade, wenn $\overline{y}=2{,}5$ und $r_{xy}=0{,}8122$ sind *(3 Punkte)*.